Rechnen wie in früherer Zeit
(Material für eine Lernsituation)

Dorothea Grashof

Andreas Rothfritz
Andreas.Rothfritz@hamburg.de

22. Januar 2001

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Ziffernsysteme sind älter als Schriftsysteme. Die Anfänge von Schrift und Zahl lassen sich besonders gut in Mesopotamien verfolgen. Sie entstanden als Instrument der Verwaltung. In den aufkommenden Städten wurden Rohstoffe und Produkte zentral erfasst und verwaltet. Beispiele:

- Buchführung über Arbeitskräfte: Jahresabrechnung über den Aufseher Lu-Schara, 2036 v. Chr., Umma
- Feldvermessung: Felderplan der Ur-III-Zeit, 2050 v. Chr.
- Planungen: Berechnung der Zuwachsrate von Rindern und Milchprodukten, 2049 v. Chr., Drehem
- Buchhaltung: Buchhaltung über Gerstenschrot und Malz des Summerischen Bierbrauers Ku Shun (nicht Mesopotamien)

Seit dieser Zeit ist das schriftliche Rechnen eine wichtige Kulturtechnik des Menschen. Genauso wie „[o]hne Mathematik [...] die Aufrechterhaltung und Weiterentwicklung hoch technisierter Industriegesellschaften und zugehöriger Wirtschaftssysteme nicht denkbar" [RPM99, S. 1] ist, ist die Entwicklung zu dieser hoch technisierten Gesellschaft ohne schriftliche Rechenverfahren seit der oben genannten Beispiele aus Mesopotamien nicht denkbar.

Es wurden viele schriftliche Rechenverfahren und andere Rechenhilfen entwickelt. Sie sind „wesentlicher Bestandteil des in der Menschheitsgeschichte angesammelten Wissen[s]" [RPM99, S. 1].Unsere heute in der Schule gelehrten Verfahren sind nur Möglichkeiten unter vielen. Allen Verfahren und Hilfen ist gemeinsam, dass sie ein einprägsames Raster mit schematischen Regeln vorgeben.

In dieser Handreichung werden vier Verfahren vorgestellt.[1] Neben den Blick auf mathematische Inhalte öffnen sie hoffentlich auch den Blick auf die kulturelle Dimension der Mathematik und des Rechnens. Desweitern hoffen wir dadurch, dass verschiedene Verfahren vorgestellt werden, dass auch die Reflexion des eigenen schriftlichen Rechnens angeregt wird.

[1] Die Anregung zur Beschäftigung mit der ägyptischen Multiplikation, der Gelosia-Multiplikation und Napiers Rechenstäben stammt aus [HNF99].

Kapitel 1

Vorstellung und Erklärung von Rechenweisen (für Lehrer)

1.1 Die ägyptische Zahlschrift

Die von den Ägyptern benutzten Ziffern waren Bestandteil der Hieroglyphenschrift. Mit diesen seit Ende des vierten Jahrtausends vor Christus verwandten Ziffern konnten ganze Zahlen bis zu mehreren Million dargestellt werden. Die ägyptische Zahlschrift beruhte auf dezimaler Basis. Die Ziffern wurden additiv notiert.

Jede der sieben ersten Zehnerpotenzen besaß ein eigenes Zeichen:

Einer	10^0		ein senkrechter Strich
Zehner	10^1		ein Henkel bzw. Hufeisen
Hunderter	10^2		eine gelegte Spirale aus Tau, die eine Messschnur symbolisieren kann
Tausender	10^3		Lotosblüte mit Stiel
Zehntausender	10^4		Kaulquappe
Hundertausender	10^5		erhobener, an der Spitze leicht gekrümmter Finger
Million	10^6		knieender Genius, der die Arme zum Himmel erhebt

Lotosblumen und Kaulquappen kommen in großer Zahl in ägyptischen Gewässern vor. Das Piktogramm des knieenden Genius wird auch benutzt, um die Ewigkeit oder Millionen Jahre zu bezeichnen.

Das Notieren der Zahlen war ein Abbild des Zählens von Gegenständen und beruhte auf dem additiven Prinzip. Man wiederholt beispielsweise zur Darstellung der Fünf das entsprechende Zahlzeichen fünfmal: .

Identische Zeichen wurden in Gruppen zusammengefasst. Dies verkürzt die Zeilen, erhöht die Lesbarkeit und ist unserer Meinung nach besonders praktisch bei der später vorgestellten Multiplikation, die auf Verdopplung beruht.

Je nach Leserichtung des Textes ändern die Ziffern ihre Ausrichtung. Taurolle, Finger, Kaulquappe und Genius sind stets dem Zeilenanfang zugekehrt. Wir verwenden hier ausschließlich die Leserichtung von links nach rechts. Demnach weisen Taurolle, Finger, Kaulquappe und Genius nach links. Die Anordnung der Zehnerpotenzen kann in ägyptischen Texten unterschiedlich sein. Hier steht die größte Zehnerpotenz links am Anfang, die kleinste rechts am Ende der Zahl.

Ein Beispiel:

𓍢𓍢 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺

243

(Vgl. zu diesem Abschnitt [IFR98, S. 230 ff.] und [BEU98, S. 4 f.].)

1.2 Ägyptische Multiplikation

Da die additive ägyptische Zahlschrift kein Stellenwertsystem kennt, ist das schriftliche Rechnen wie wir es kennen, so nicht möglich. Beim hier vorgestellten schriftlichen Rechenverfahren werden Zahlen verdoppelt. Im folgenden Beispiel werden 13 und 15 miteinander multipliziert ($13 \cdot 15 = 195$).

1.2.1 Beispiel: 𓎆 𓏺𓏺𓏺 multipliziert mit 𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

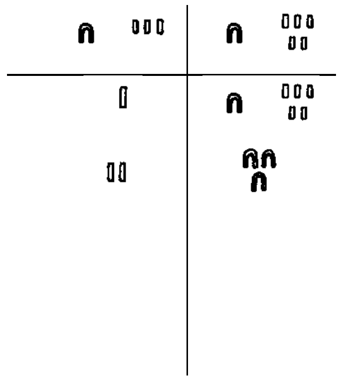
1. Es wird eine Tabelle mit zwei Spalten erstellt. In die linke Kopfzeile wird der erste Faktor, in die rechte Kopfzeile der zweite Faktor geschrieben. So weiß man, welche Aufgabe man bearbeitet.

𓎆 𓏺𓏺𓏺	𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

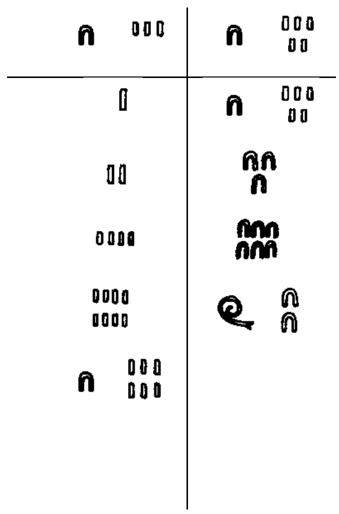
2. In die erste Zeile wird links die Eins und rechts der zweite Faktor geschrieben.

𓎆 𓏺𓏺𓏺	𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺
𓏺	𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

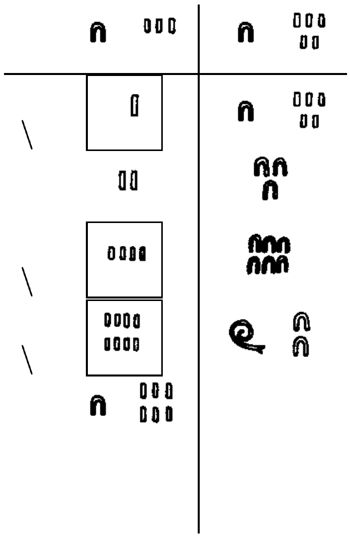
3. Die nächste Zeile entsteht durch Verdoppelung der vorhergehenden.



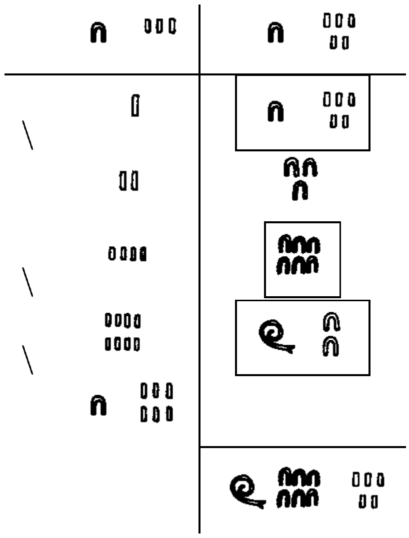
4. Man verdoppelt so lange, bis in der ersten Spalte eine Zweierpotenz steht, die größer oder gleich dem ersten Faktor ist.



5. Nun wird der erste Faktor aus Zweierpotenzsummanden zusammengesetzt $(13 = 8 + 4 + 1)$. Man beginnt bei der höchsten Zweierpotenz und markiert die ausgewählten Zeilen.



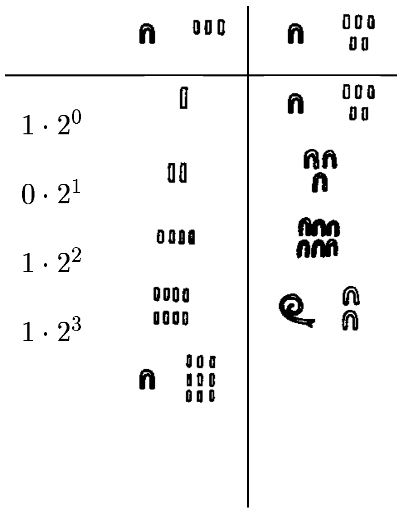
6. Diejenigen Vielfachen des zweiten Summanden in der rechten Spalte, die in markierten Zeilen stehen, werden addiert.



7. Die Summe ist das gesuchte Ergebnis der Multiplikation: .

1.2.2 Verwendung des Dualsystems

Im Schritt 5 des obigen Beispiels wird der erste Faktor in eine Dualzahl umgewandelt. Liest man die Zeichen der markierten Zeilen als Eins und die unmarkierten Zeilen als Null von oben, so ergibt sich $13 = (1011)_2$ im Dualsystem:



Für die Rechnung ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} 13 \cdot 15 &= (1011)_2 \cdot 15 \\ &= (2^3 + 2^2 + 2^0) \cdot 15 \\ &= 2^3 \cdot 15 + 2^2 \cdot 15 + 2^0 \cdot 15 \\ &= 120 + 60 + 15 \\ &= 195 \end{aligned}$$

Obige Rechnung erklärt den Schritt 5 im ägyptischen Rechenverfahren. Dort werden nur die markierten Verdoppelungen des zweiten Faktors zusammengezählt. Schritt 5 entspricht somit dem Ausmultiplizieren von $(2^3 + 2^2 + 2^0) \cdot 15$, indem nur markierte Zeilen in der Summe berücksichtigt werden. Im Schritt 6 werden schließlich die ausmultiplizierten Vielfache 120, 60 und 15 von 15 summiert.

1.2.3 Multiplizieren ohne das kleine Einmaleins

Mit dem ägyptischen Multiplizieren kann ohne das kleine Einmaleins gerechnet werden. Aufgrund der Schreibweise der ägyptischen Ziffern in Gruppen ist es nämlich möglich, intuitiv-bildlich die Faktoren zu verdoppeln. Als Übertrag hat man höchstens eine nächsthöhere Zehnerpotenz zu berücksichtigen. Die Zweierpotenzen können als fester Bestandteil des Verfahrens bereits in vorgefertigten Tabellen stehen, was aber dem Verfahren beim Erlernen ein wenig den Reiz nimmt.

1.2.4 Russische Multiplikation

Das vorgestellte Verfahren ist auch als russische Multiplikation bekannt. Eine Variante zum eben vorgestellten Verfahren wird unter diesem Stichpunkt in [DUD89, S.548 f.] erklärt. Dabei geschieht die Darstellung des ersten Faktors im Dualsystem durch fortlaufendes Halbieren. Dadurch ist es leichter, die richtige Darstellung im Dualsystem zu finden, also die richtigen Zeilen zu markieren, da man nunmehr lediglich zu addieren braucht. Eventuell auftauchende Reste beim Halbieren werden weggelassen. Steht links eine gerade Zahl, so wird rechts die Zahl gestrichen. Nicht gestrichene Zahlen werden zum Ergebnis addiert:

halbieren	13	15	verdoppeln
↓	6	~~30~~	↓
	3	60	
	1	120	
		195	

1.3 Gelosia-Multiplikation

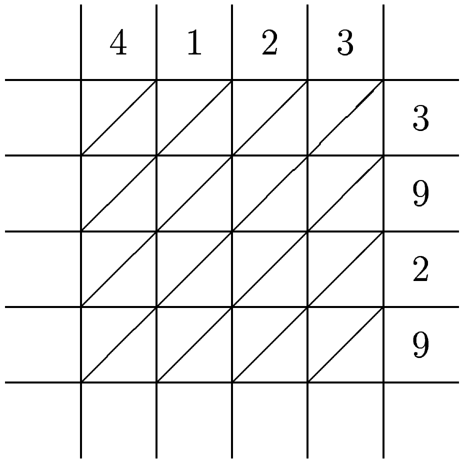
Bei der Gelosia-Multiplikation handelt es sich um ein sogenanntes Gitterverfahren zur schriftlichen Multiplikation aus dem 16. Jahrhundert. Im Gegensatz zur ägyptischen Multiplikation setzt es die Kenntnis des kleinen Einmaleins voraus. Bei der Gelosia-Multiplikation werden insbesondere die Überträge im Stellenwertsystem raffiniert gebildet. Dies erleichtert die Multiplikation großer Zahlen, wenn auch hier der Schreibaufwand im Vergleich zu unserem heutigen Verfahren der schriftlichen Multiplikation steigt.

1.3.1 Beispiel: 4123 multipliziert mit 3929

1. Zuerst werden die Zahlen an den Rand des Gitters angeschrieben. Beispielsweise der erste Faktor oben von links nach rechts und der zweite am rechten Rand von oben nach unten.

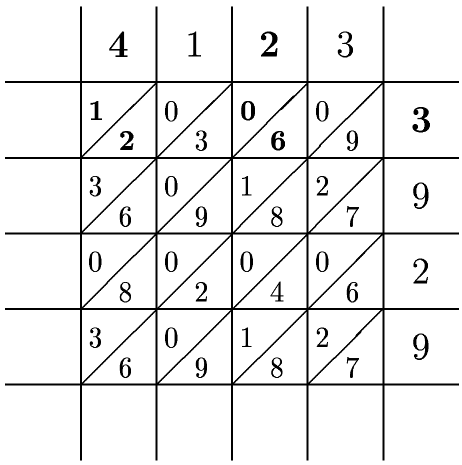
	4	1	2	3	
					3
					9
					2
					9

2. Nun wird ein Raster durch Einfügen der Diagonalen in das Gitter erstellt. (So kann man flexibel auf Karopapier andere als vierstellige Zahlen multiplizieren.)

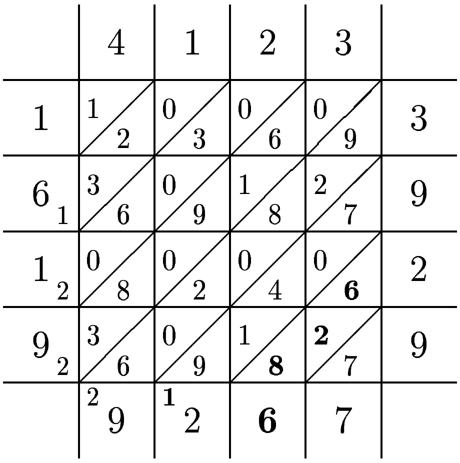


3. Es werden alle Produkte im Raster gebildet.
   Beispiel für die erste Spalte und erste Zeile: $4 \cdot 3 = 12$.
   Beispiel für die dritte Spalte und erste Zeile: $2 \cdot 3 = 6$.

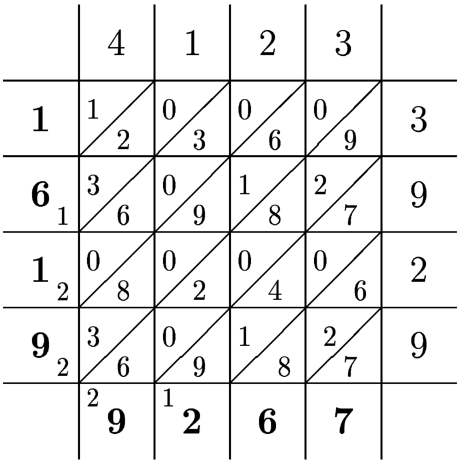
   Die Produkte werden folgendermaßen in das Raster eingetragen: Die Einer stehen unterhalb der Diagonalen des Kastens, die Zehner oberhalb. Für unser Auge besser lesbar wird das Ergebnis, wenn die Zehner etwas nach links versetzt werden und die Einer etwas nach rechts.



4. Alle Diagonalen werden rechts unten beginnend addiert. Überträge werden in die nächste Diagonale übernommen.
   Beispiel: In der zweiten Diagonale von unten rechts gezählt werden 8, 2 und 6 addiert. Die 6 Einer vom Ergebnis 16 unten notiert, der eine Zehner als Übertrag in die nächste Diagonale geschrieben.



5. Das Ergebnis steht nun am Rand. Es beginnt links oben und endet rechts unten: $4\,123 \cdot 3\,929 = 16\,199\,267$



1.3.2 Das Stellenwertsystem im Gitter

Das Gitter der Gelosia-Multiplikation nutzt das Stellenwertsystem geschickt. Um dies zu erkennen, schreibe man zuerst die Faktoren des Beispiels als Vielfache von Zehnerpotenzen.

$$4123 \cdot 3929 = (4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0) \cdot (3 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0)$$

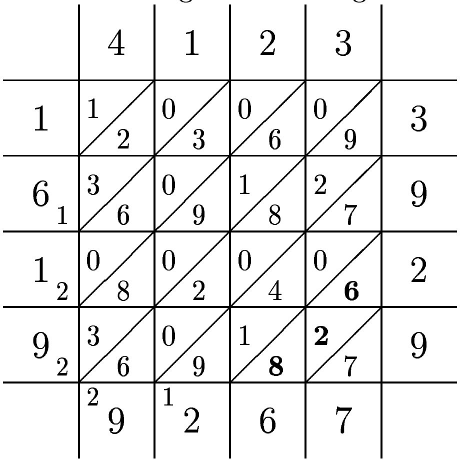
Multipliziert man nun aus, so berechnet man im Prinzip die Produkte wie im Schritt 3 der Gelosia-Multiplikation. Das Raster der Gelosia-Multiplikation bietet drei Vorteile gegenüber dem herkömmlichen Ausmultiplizieren:

1. Man vergisst keine Produkte.

2. Das kleine Einmaleins reicht aus.

3. Es entfällt ein Sortieren nach Zehnerpotenzen bzw. ein langwieriges Addieren.

Wir möchten diese drei Vorteile an der bereits bekannten zweiten Diagonale von unten rechts gezählt aufzeigen. Sie enthält die Ziffern 6, 2 und 8.



Mit 6, 2 und 8 stehen dort alle Stellen des Ausmultiplizierens, die für die Zehner des Ergebnisses wichtig sind.

$$
\begin{aligned}
&(4\cdot 10^3 + 1\cdot 10^2 + \underline{2\cdot 10^1} + \underline{3\cdot 10^0})\cdot(3\cdot 10^3 + 9\cdot 10^2 + \underline{2\cdot 10^1} + \underline{9\cdot 10^0})\\
&= 4\cdot 10^3\cdot 3\cdot 10^3 + \cdots + \underline{2}\cdot 10^1\cdot \underline{9}\cdot 10^0 + \cdots + \underline{3}\cdot 10^0\cdot \underline{2}\cdot 10^1 + \cdots + \underline{3}\cdot 10^0\cdot \underline{9}\cdot 10^0\\
&= 12\,000\,000 + \cdots + 1\underline{8}0 \cdots + \underline{6}0 + \cdots + \underline{2}7
\end{aligned}
$$

In der Diagonale befinden sich also alle für die Zehner des Ergebnisses wichtigen Ziffern und eventuell vorhandene Übertrage, die für die Zehner bedeutend sein könnten. Entsprechendes gilt für andere Diagonalen. In der Diagonalen für die Tausender befinden sich mehr Einträge, da mehr Produkte zu berücksichtigen sind.

1.4 Napiers Rechenstäbe

Musste man bei der Gelosia-Multiplikation das Raster immer erst durch Rechnen mit dem kleinen Einmaleins füllen, so bieten Napiers Rechenstäbe eine Methode an, auf ein vorgefertigtes Raster zurückzugreifen. Auf den Stäben war das kleine Einmaleins bereits verzeichnet. Die Multiplikation wird mit ihrer Hilfe auf die Addition von Teilprodukten zurückgeführt. Gleichzeitig erlauben es die Stäbe, flexibel Faktoren zusammenzusetzen.

Schnell und relativ sicher lassen sich Produkte berechnen, bei denen der erste Faktor einstellig ist. Durch schriftliche Addition unter Berücksichtigung der Stellen lassen sich dann selbstverständlich auch beliebige Produkte berechnen.

1.4.1 Aussehen und Herstellung

Man beginnt mit einer Rechentafel des kleinen Einmaleins, wobei die Vielfachen der Grundzahlen spaltenweise betrachtet werden sollen. Bei zweistelligen Zahlen stehen die Zehner links oberhalb der Diagonalen eines Kästchens und die Einer rechts unterhalb. Anders als bei der Gelosia-Multiplikation haben wir eine Null als Zehner nicht aufgeschrieben, sondern dieses Feld leer gelassen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	I
2	4	6	8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8	II
3	6	9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7	III
4	8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6	IV
5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5	V
6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4	VI
7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3	VII
8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2	VIII
9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1	IX

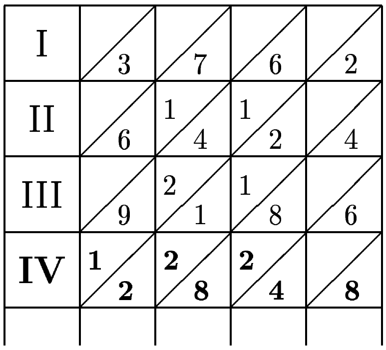
Napier zerschnitt die Tafeln in senkrechte Streifen und klebte diese auf Holzstäbe mit quadratischem Querschnitt. Er fertigte von jedem Stab mehrere Kopien an, damit in den Faktoren auch gleiche Ziffern vorkommen können. Praktischerweise beklebt man alle vier länglichen Seiten des Stabes mit verschiedenen Streifen, so dass man Stäbe spart. Im folgenden werden wir die Stäbe nachahmen, indem die zerschnittenen (Papier-)spalten nebeneinander gelegt werden.

1.4.2 Beispiel: Multiplikation von 4 mit 3762

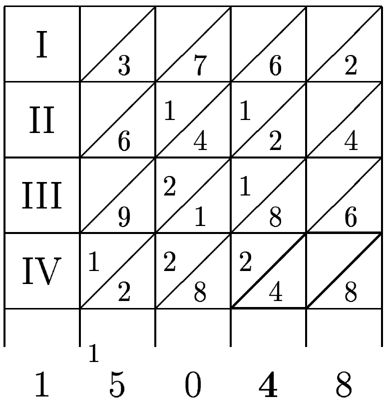
1. Zum Multiplizieren legt man die entsprechenden Rechenstäbe für 3, 7, 6 und 2 aneinander.

I	3	7	6	2
II	6	1/4	1/2	4
III	9	2/1	1/8	6
IV	1/2	2/8	2/4	8

2. Das Ergebnis steht bereits in der vierten Zeile von oben. In dieser befinden sich nämlich die Produkte mit dem Faktor 4. Es ist noch ein Stab, auf dem die Multiplikationsfaktoren von I bis IX notiert sind, links vorangestellt. Mit ihm ist es leichter, die richtige Reihe zu finden.



Nun addiert man nur noch von rechts nach links jeweils die schräg übereinander stehenden Ziffern in einer Raute. Ein Beispiel $0 + 4 = 4$ ist eingerahmt. Überträge werden mit in die nächste Raute genommen.



3. Das Ergebnis 15 048 liest man von links nach rechts ab, wenn man es aufschreibt. Addiert man die Rauten im Kopf, so liest man am besten das Ergebnis beginnend bei den Einern von rechts nach links direkt ab, da man so die Überträge besser berücksichtigen kann.

4. Will man mit einem mehrstelligen Faktor multiplizieren, so multipliziert man zunächst mit den einzelnen Ziffern, notiert die Ergebnisse entsprechend ihrem Stellenwert untereinander versetzt und addiert sie.

1.4.3 Rechenstäbe für ein Stellenwertsystem mit der Basis n

Es ist möglich, das Prinzip der Rechenstäbe auf ein anderes Stellenwertsystem als das Dezimalsystem zu übertragen. Im Dualsystem wären die Stäbe zwar recht kurz, aber um beispielsweise im Hexadezimalsystem zu multiplizieren, sind sie eine Hilfe. Eine interaktive Demonstration solcher Stäbe (und natürlich auch derer im Dezimalsystem) bietet [NAP01b].

1.4.4 Division mit den Rechenstäben

Die Rechenstäbe ersparen im wesentlichen das Ausprobieren („Wie oft passt es?“) des schriftlichen Dividierens. Zum genaueren Verfahren siehe [COM01] und [MAT01].

1.4.5 Geschichte und Tragweite der Rechenstäbe

John Napier wurde 1550 in Merchiston Castle, Edinburgh, Scotland geboren und verstarb am 4. April 1617 in Edinburgh, Scotland. Napier entwickelte die Rechenstäbe mit den Einmaleins-Reihen aus der Pythagoreischen Rechentafel. Seine Methode zur Vereinfachung von Rechnungen mit den „numbering rods“ beschrieb er in den 1617 veröffentlichten „Rabdologiae“.

Napiers Rechenstäbe gelten als wichtige Vorstufe zur späteren Mechanisierung des Rechnens durch Rechenmaschienen. Sie werden deshalb als ein Schritt hin zur Entwicklung des Computers angesehen. Sie weisen aber auch in eine andere Richtung der Entwicklung von Rechenhilfen, nämlich zu den Rechenschiebern. (Dies wird klarer, wenn Sie versuchen, mit den Stäben ein Verfahren für die Addition und Subtraktion zu entwickeln.)

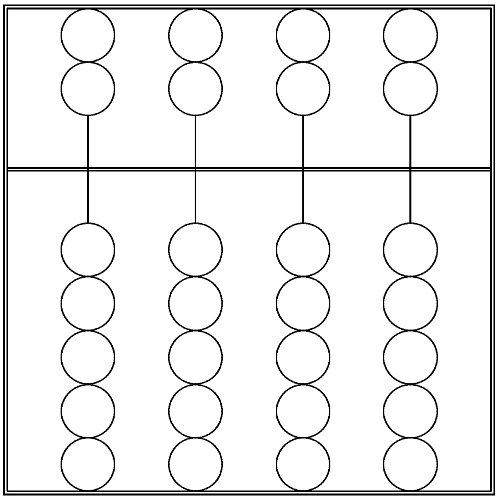
Wesentlich berühmter ist Napier allerdings durch eine weitere Erfindung geworden: Napier erfand 1614 den Logarithmus. Zur Biographie Napiers siehe [NAP01a].

1.5 Der chinesische Abakus

Mit dem chinesischen Abakus lassen sich leicht Additionen und Subtraktionen ausführen. Auch die übrigen Grundrechenarten sind möglich, da sie allerdings etwas komplizierter zu lernen sind, sollen sie hier nicht behandelt werden. (Insbesondere die Multiplikation funktioniert ähnlich wie die schriftliche Multiplikation: ein Faktor wird mit den einzelnen Stellen des anderen Faktors multipliziert, die Teilergebnisse unter Berücksichtigung der jeweiligen Dezimalstellen addiert.)

1.5.1 Aufbau des chinesischen Abakus

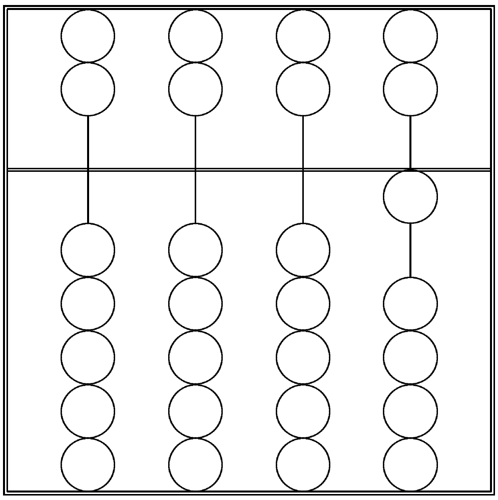
Auf mehreren Stäben befinden sich sieben Perlen, wobei die oberen zwei Perlen von den unteren fünf durch eine Leiste getrennt sind. Die oberen Perlen nennt man auch *Himmel*, die unteren *Erde*. Jeweils ein Stab repräsentiert eine Stelle im Dezimalsystem, dabei befinden sich die Einer ganz rechts auf dem Abakus. Die Perlen der Erde repräsentieren jeweils eine Einheit, die Perlen des Himmels fünf Einheiten.



1.5.2 Zahldarstellung

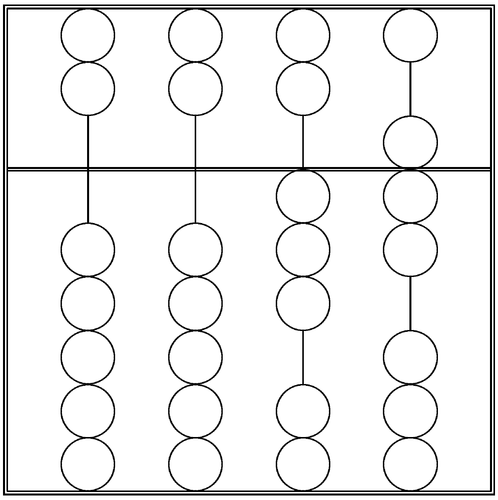
Eine Zahl wird angezeigt, indem man die entsprechenden Perlen zur mittleren Leiste schiebt.

Beispiel: 1



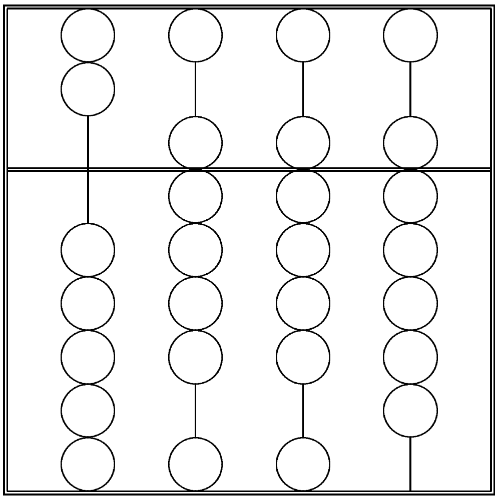
Mit Hilfe einer Perle des Himmels lassen sich Zahlen, die größer als Fünf sind, darstellen; für Zahlen, die größer als Zehn sind, nimmt man die Stäbe der entsprechenden Dezimalstelle dazu.

Beispiel: $37 = 30 + 5 + 2$

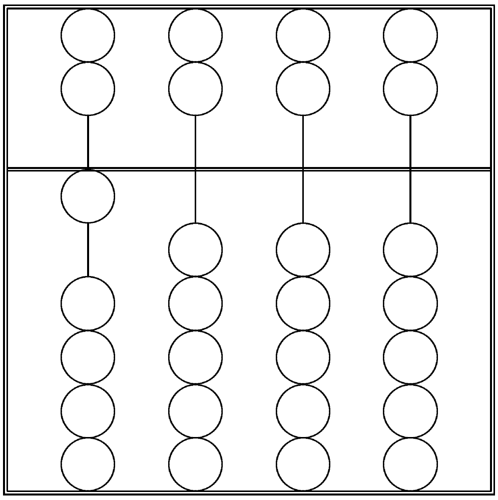


Achtung: Dadurch ,dass auf jedem Stab fünfzehn Einheiten vorhanden sind, lassen sich Zahlen auf unterschiedliche Weise darstellen. Um den Überblick zu bewahren ,sollte man daher darauf achten, dass zwei Perlen des Himmels zur Mitte geschoben soviel bedeuten wie eine Perle der Erde auf dem nächsten Stab zur Mitte geschoben. (Entsprechend bedeuten fünf Perlen der Erde plus eine Perle des Himmels zur Mitte geschoben soviel wie eine Perle der Erde des nächsten Stabes.)

Beispiel: $1000 = 900 + 90 + 5 + 5$



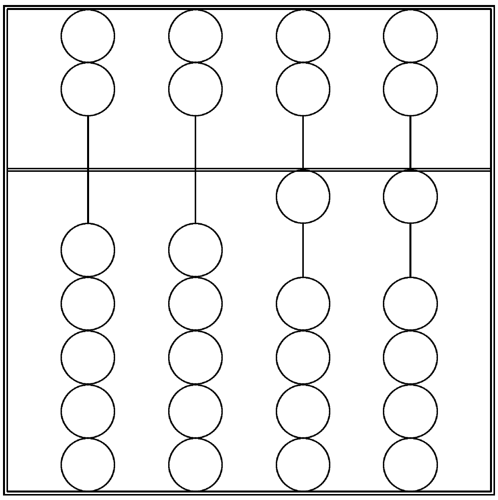
oder einfacher: Beispiel: 1000

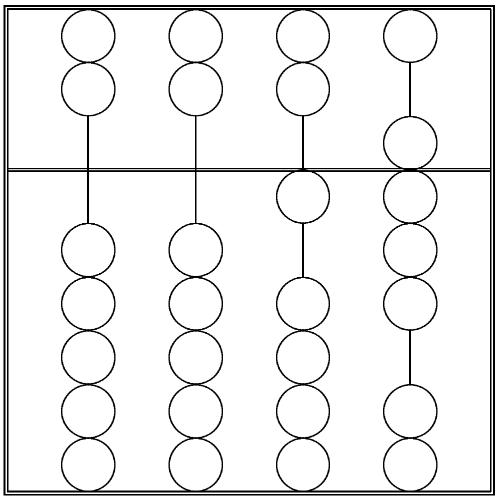


1.5.3 Addition

Zum Addieren zweier (oder mehrer) Zahlen gibt man zunächst den ersten Summanden ein und addiert dann den zweiten von der Einerstelle anfangend hinzu.

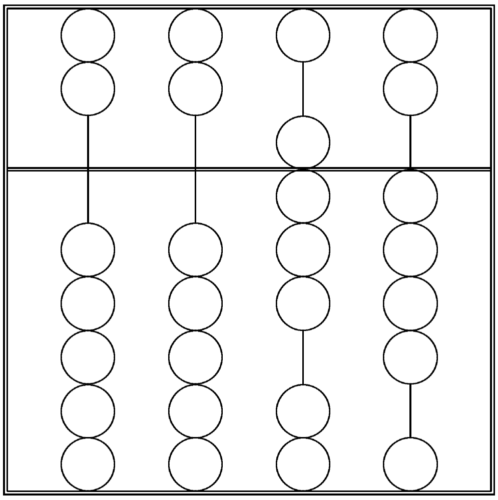
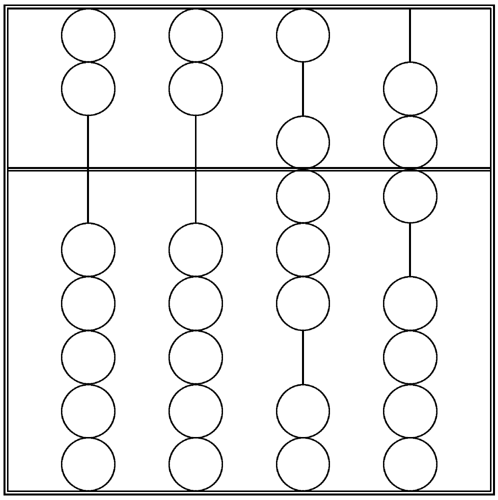
Beispiel: 11 $\qquad\qquad$ $11 + 7 = 18$





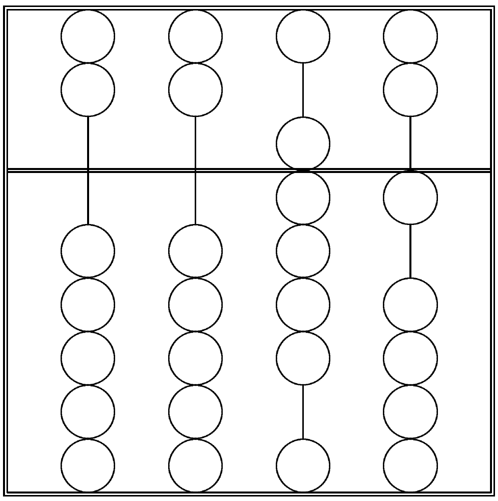
Etwas komplizierter wird es, wenn man einen Übertrag braucht, etwa im Fall $84 + 87$. Die 7 lässt sich nicht mehr auf herkömmliche Weise durch $5 + 2$ darstellen, statt dessen verwendet man die Perlen des Himmels und stellt die 7 als $(5 + 5) - 3$ dar.

Beispiel: 84 $\qquad\qquad$ $84 + 7$

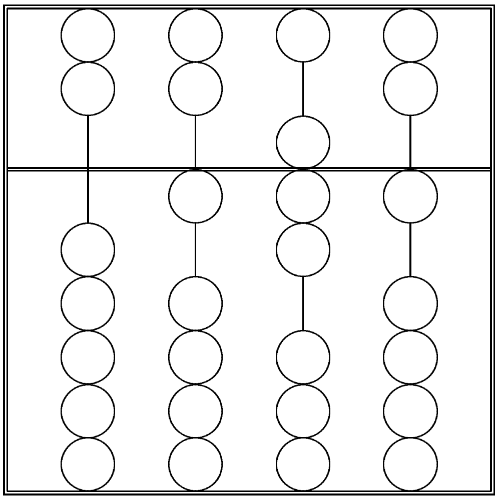
Die beiden Perlen im Himmel der Einerstelle ergeben zusammen 10, d.h. man kann sie zurückschieben und eine Perle der Erde auf dem Zehnerstab hochschieben:

(Zwischenergebnis: $84 + 7 = 91$)



Die übrigen 80 lassen sich so aber auch nicht mehr auf dem Zehnerstab darstellen, daher nimmt man eine Perle der Erde des Hunderterstabes dazu und zieht 20 ab, also $91 + 80 = 91 + 100 - 20$

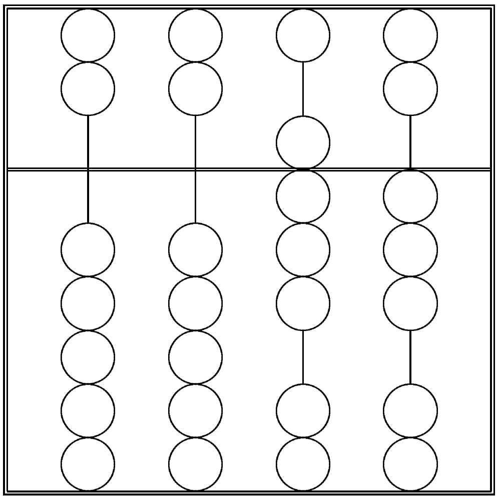
Das Ergebnis kann man nun direkt ablesen: 171.

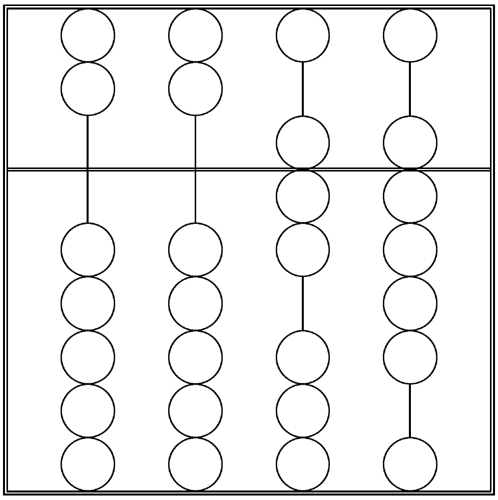


1.5.4 Subtraktion

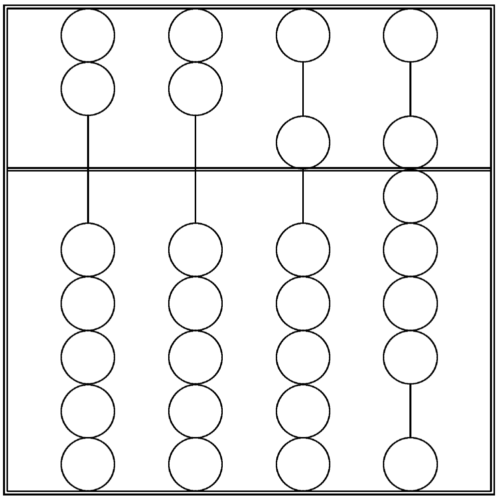
Ähnlich wie bei der Addition wird erst der Minuend eingegeben, danach verringert man diesen um den Subtrahenden, indem man wieder bei der Einerstelle beginnt. Hier muss man darauf achten, dass man gelegentlich Stellen vom nächsthöheren Stab „ausborgt", etwa bei $83 - 24$.

Beispiel: 83 $\quad$ $83 - 4 = 83 - (10 - 6)$





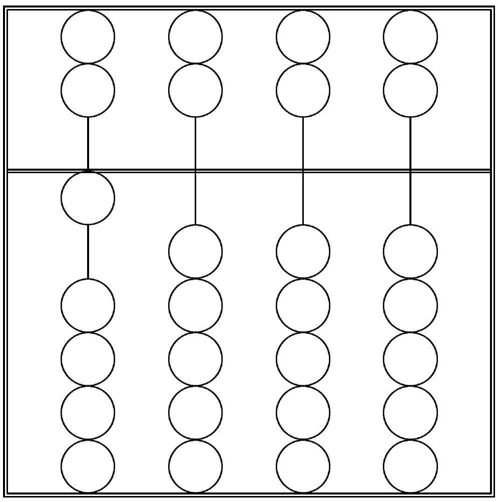
Anschließend muss man nur noch 20 abziehen ,um auf das Ergebnis 59 zu kommen.

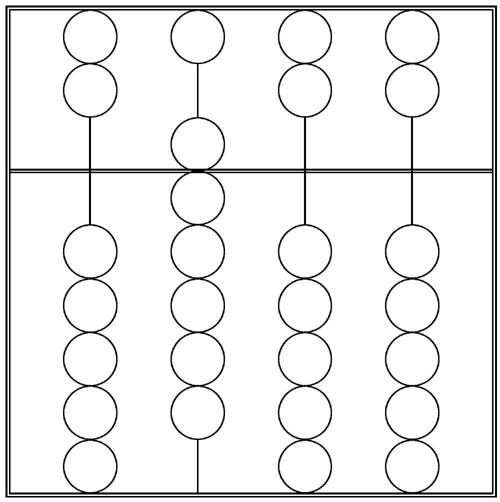


Etwas komplizierter wird es bei einer Aufgabe wie $1000 - 3$. Hier hilft es, dass man eine Zahl auf unterschiedliche Weise darstellen kann. So ist $1000 = 900 + 90 + 5 + 5$.

Beispiel: 1000

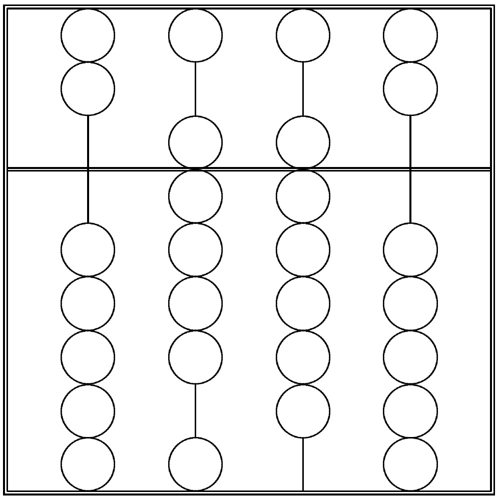
$1000 = 500 + 500$

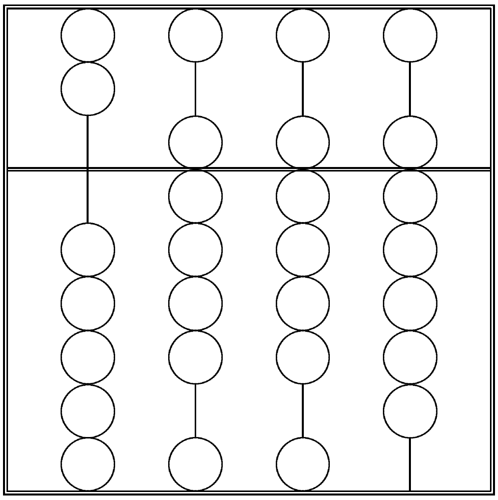




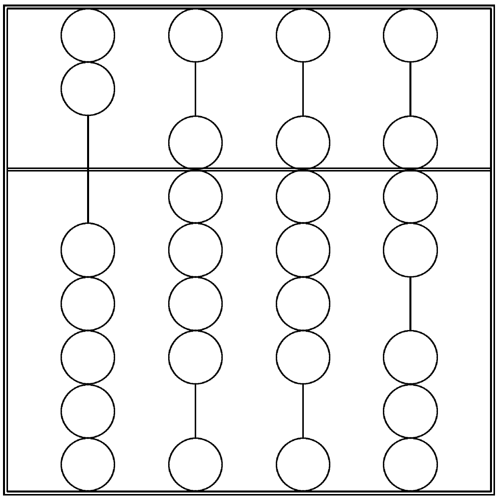
$1000 = 500 + 400 + 50 + 50$

$1000 = 500 + 400 + 50 + 40 + 5 + 5$





Nun ist es kein Problem mehr, Drei abzuziehen!



1.5.5 Einsatz im Unterricht

Den Umgang mit dem chinesischen Abakus kann man eigentlich nur durch praktische Anwendung lernen. Daher ist es wichtig, dass jeder Schüler über ein eigenes Gerät verfügt. Mit Styropor, Schaschlikstäbchen und Holzperlen lässt sich im Unterricht leicht ein Abakus basteln. Die Schüler haben damit eine eigene „Rechenmaschine“ gebaut, was die Motivation, damit zu arbeiten, noch steigern dürfte. Um den Umgang mit dem Gerät zu üben, kann man Wettrechnen veranstalten, wobei besonders schnelle Schüler auch erfolgreich gegen Taschenrechner antreten können.

Kapitel 2

Arbeitsmaterial

2.1 Arbeitsblatt

Ägyptisch Multiplizieren

1. (a) Schreibe in unserer Schreibweise.

𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺		𓍢𓍢 𓎆𓎆𓎆 𓏺	
𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺		𓍢 𓏺𓏺𓏺𓏺	

   (b) Schreibe mit ägyptischen Zahlzeichen.

9		121	
10		45	
17		1990	

   (c) Schreibe deine Hausnummer ägyptisch.

2. (a) Du erhälst das Geburtsjahr der Autoren, indem du rechnest
   𓍢𓍢 𓎆𓎆𓎆 + 𓆼 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺 =
   bzw.
   𓆼 𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 + 𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 =

   (b) Überlege dir ähnliche Aufgaben für dein Geburtsjahr, das deiner Geschwister, Eltern, Mitschülerinnen und Mitschüler.

3. (a) Berechne das Produkt

𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺
𓏺	
𓏺𓏺	
𓏺𓏺𓏺𓏺	
𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	

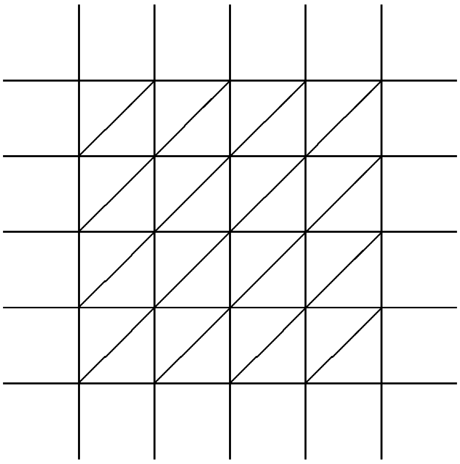
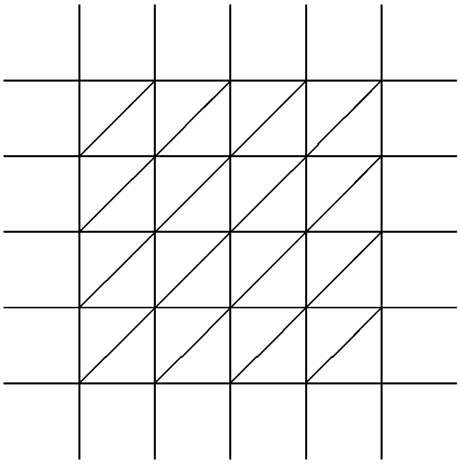
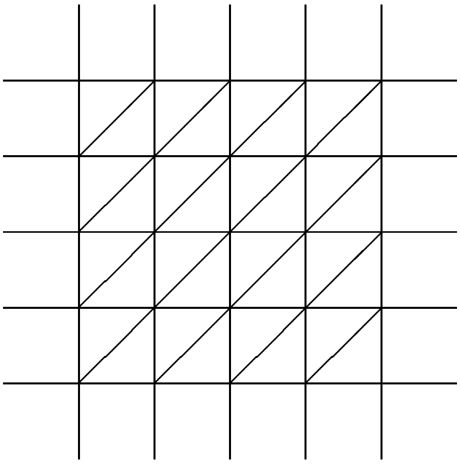
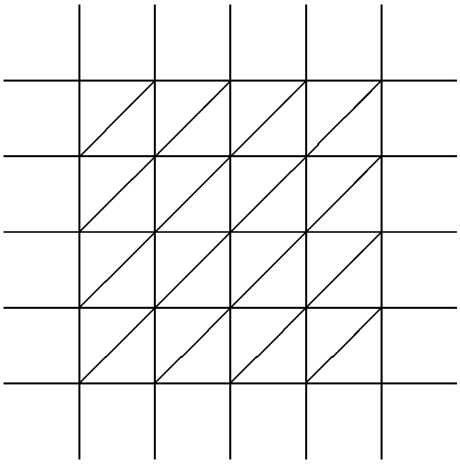
   (b) Berechne die Produkte 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 · 𓏺𓏺𓏺, 𓎆 · 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, 𓎆 𓏺𓏺𓏺 · 𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, 𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺 · 𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, 𓎆 𓏺𓏺 · 𓍢 𓎆𓎆 .

   (c) Kann man die Reihenfolge beim Multiplizieren vertauschen?

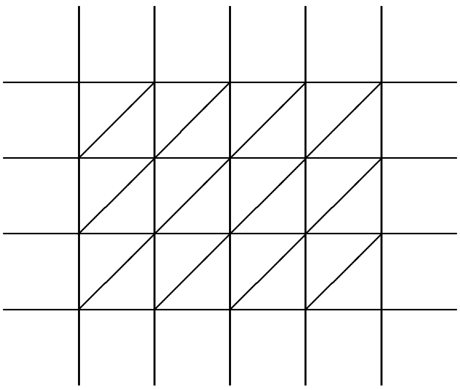
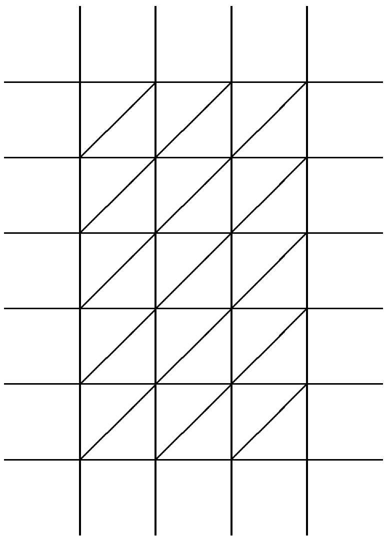
2.2 Kopiervorlagen

Gelosia-Multiplikation

Multiplikation zweier vierstelliger Zahlen

Kann man auch eine vierstellige mit einer dreistelligen oder eine dreistellige mit einer fünfstelligen Zahl multiplizieren?

Napiers Rechenstäbe

Schneide dir die Rechenstäbe zurecht, indem du die senkrechten Spalten ausschneidest.

Fehlt dir zum Multiplizieren ein Stab, so tausche mit deiner Nachbarin, deinem Nachbarn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	I
2	4	6	8	1 0	1 2	1 4	1 6	1 8	II
3	6	9	1 2	1 5	1 8	2 1	2 4	2 7	III
4	8	1 2	1 6	2 0	2 4	2 8	3 2	3 6	IV
5	1 0	1 5	2 0	2 5	3 0	3 5	4 0	4 5	V
6	1 2	1 8	2 4	3 0	3 6	4 2	4 8	5 4	VI
7	1 4	2 1	2 8	3 5	4 2	4 9	5 6	6 3	VII
8	1 6	2 4	3 2	4 0	4 8	5 6	6 4	7 2	VIII
9	1 8	2 7	3 6	4 5	5 4	6 3	7 2	8 1	IX

									I
									II
									III
									IV
									V
									VI
									VII
									VIII
									IX

Literaturverzeichnis

[BEU98] Albrecht Beutelspacher und Hans-Georg Weigand. Die faszinierende Welt der Zahlen. In: mathematik lehren. Heft 87, S. 4–8.

[DUD89] Duden Rechnen und Mathematik. Mannheim: Bibliographisches Institut, ^{4}1989.

[HNF99] Ausstellung des Heinz Nixdorf MuseumsForum. Fürstenallee 7. 33102 Paderborn. http://www.hnf.de

[IFR98] Georges Ifrah. Universalgeschichte der Zahlen. Frankfurt/Main: Campus ^{2}1991. (Sonderausgabe Köln: Parkland Verlag 1998).

[MAW00] Mathe-Welt. In: mathematik lehren. Heft 100.

[RPM99] Peter Stender. Rahmenplan Mathematik. Gymnasium. Hamburg, Manuskript 1999.

[COM01] http://www.computermuseum.fh-kiel.de/computermuseum/sammlung/projekte/IKS-NMS/neper/neper.htm [20.1.2001]

[MAT01] http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/History/rechner/schott/division.html [20.1.2001]

[NAP01a] http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Napier.html [20.1.2001]

[NAP01b] http://www.cut-the-knot.com/blue/Napier.html [20.1.2001]